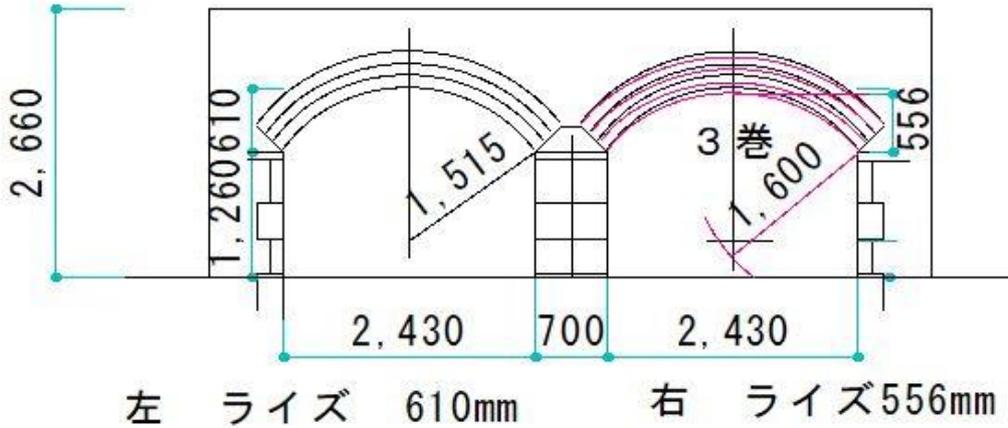


欠円アーチのライズを計測したとき、ライズの計測精度が悪いと得た欠円アーチの半径に大きな誤差を生むことがわかった。

下図を例としてあげる。左側のアーチのライズを610mm、右側は約50mm小さい556mmで作図した。得られる半径は左側は1515mm、右側のアーチ半径は1600mmと100mm近く大きい。

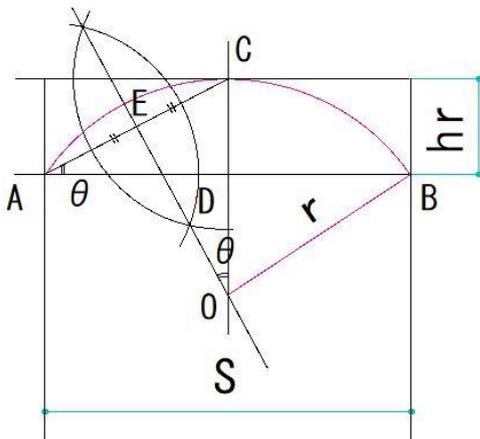
ライズの測定誤差は半径として求めた場合は約2倍に拡大している。この関係を幾何学的に説明できないか、考察した。



●欠円アーチの作図

A、Bは欠円アーチのスプリングライン(起拱点)でCはアーチの頂点。
 ABは径間長S、CDはライズhr
 A、Cそれぞれで半径Rの円弧を描き直角二等分線を引く。
 この線分とCの垂線の交点をOとする。このOが円の中心である。
 OB=OC=OA=r

図 1



●半径rの幾何学的関係式

$\triangle ADC \sim \triangle OEC$
 $\angle DAC = \angle EOC = \theta$
 線分CEはACの1/2

$$CE = \frac{1}{2} AC$$

$\triangle ACD$ において

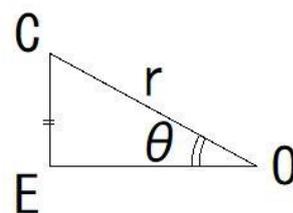
$$AC = \frac{AD}{\cos \theta}$$

$$CE = \frac{1}{2} AC = \frac{AD}{2 \cos \theta} \dots \textcircled{1}$$

$\triangle CEO$ において

$$CE = r \cdot \sin \theta \dots \textcircled{2}$$

図 2



①=②

$$r \cdot \sin \theta = \frac{AD}{2 \cos \theta}$$

$$r = \frac{AD}{2 \sin \theta \cos \theta} = \frac{AD}{\sin 2\theta} = \frac{S}{2 \sin 2\theta}$$

ゆえに $r = \frac{S}{2 \sin 2\theta}$. . . ③

調査した欠円アーチの径間長、ライズによりCADで作図して得られた半径と式③をあてはめた結果をまとめた

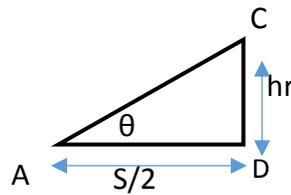
名称	径間長	ライズ	半径(作図)	ライズ比	式③	
	S	hr	r	hr/S	θ	計算半径 r
一町田橋梁	3,050	730	1,958	0.24	25.58	1,958
南仲海町橋梁	2,450	540	1,659	0.22	23.79	1,659
下辻浦川橋梁	2,430	610	1,515	0.25	26.66	1,515
北川橋梁	2,440	550	1,628	0.23	24.27	1,628

作図で求めた半径と上式で求めた半径は合致している

●ライズ値の変化と半径

径間長S=2438mm(8ft)と限定する。
図1の△ADCより

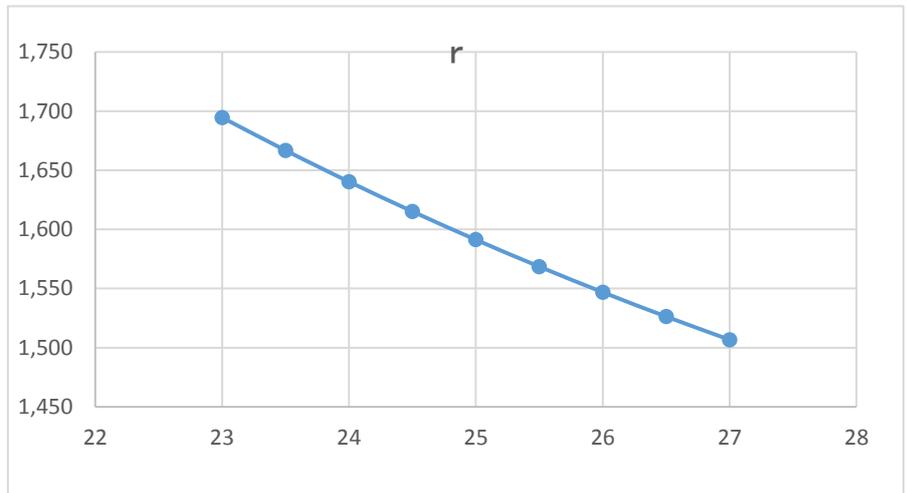
$$hr = \frac{S}{2} \tan \theta \quad \dots ④$$



※ S=2438mm(8ft)

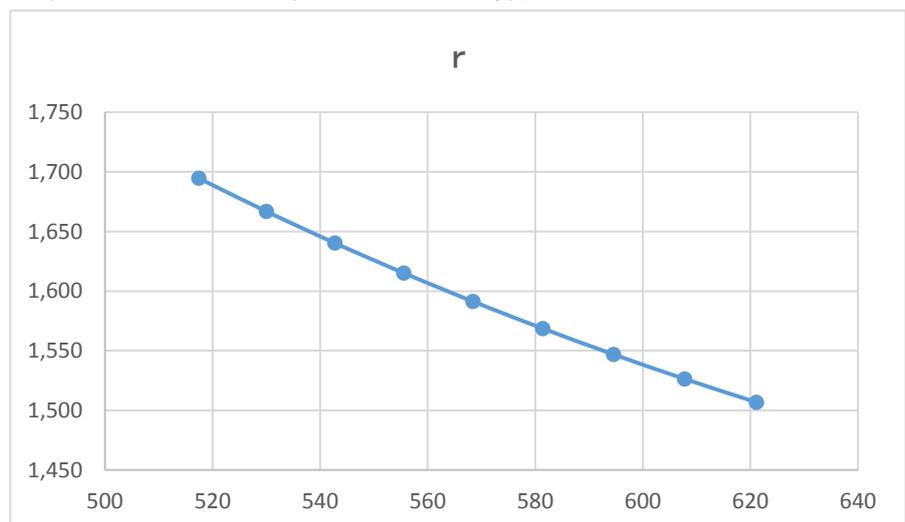
式③からr、式④からhrを求めた。

θ (°)	r (mm)	hr (mm)
23	1,695	517
23.5	1,667	530
24	1,640	543
24.5	1,615	556
25	1,591	568
25.5	1,569	581
26	1,547	595
26.5	1,526	608
27	1,507	621



実際的には θ を計測するのではなくライズを測る
ライズに対しての半径rを求めた。ただしスパンS=87フィート=2438mmで算定

hr	r
517	1,695
530	1,667
543	1,640
556	1,615
568	1,591
581	1,569
595	1,547
608	1,526
621	1,507



ライズと半径の関係を直接的に求める。

$$hr = \frac{S}{2} \tan \theta \quad \dots \textcircled{4}$$

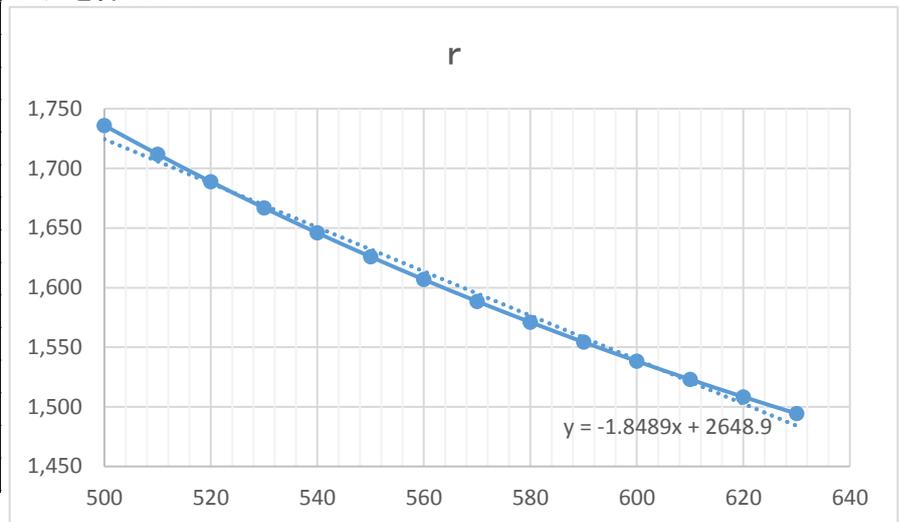
$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{2hr}{S} \right) \quad \dots \textcircled{5}$$

$$r = \frac{S}{2 \sin 2\theta} \quad \dots \textcircled{3}$$

※ S=2438mm(8ft)

式⑤によりhrからθを求め、式③よりrを算出した

hr	θ (rad)	r
500	0.389	1,736
510	0.396	1,712
520	0.403	1,689
530	0.410	1,667
540	0.417	1,646
550	0.424	1,626
560	0.431	1,607
570	0.437	1,588
580	0.444	1,571
590	0.451	1,554
600	0.457	1,538
610	0.464	1,523
620	0.471	1,508
630	0.477	1,494



近似式 $r = -1.8489hr + 2648.9$

rをhrで微分する

$$\frac{\Delta r}{\Delta hr} = -1.8489$$

ゆえに $\Delta r = -1.8489\Delta hr$

$$\Delta r = -1.8\Delta hr$$

ライズを小さく計測したとき(マイナス)。半径はその1.8倍プラスで変化
 大まかにいえばライズの誤差は半径的には約2倍で変化する。当初経験した事象と一致する。

$$\Delta r \doteq -2\Delta hr$$

Δr ライズの誤差による半径誤差
 Δhr ライズの計測誤差